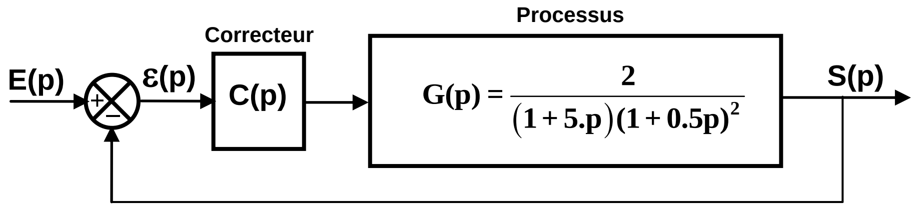


Le cahier des charges impose :

- Pour la rapidité : Bande passante de la FTBO à 0dB $\omega_c = 3$ rad/s
- Pour la précision : Erreur statique à un échelon unitaire nulle : $\varepsilon_s = 0$
- Pour la stabilité : Marge de phase MP $\geq$ 45°
- Pour l'amortissement : Premier dépassement relatif $D_1 \leq 20\%$

Corrigé :

1) La FTBO non corrigée est $H_{BO\text{-}NC}(p) = G(p) = \dfrac{2}{(1+5p)(1+0.5p)^2}$ de gain $K_{BO} = 2$ et de classe 0 donc

$$\varepsilon_s = \frac{1}{1+K_{BO}} = \frac{1}{1+2} = \frac{1}{3}$$

2) $\varepsilon_s \neq 0$ donc le cahier des charge n'est pas satisfait en termes de précision.

3) Pour rendre $\varepsilon_s = 0$ donc satisfaire le critère de précision car La FTBO corrigé va être de classe 1.

4) La FTBO non corrigée est $H_{BO\text{-}NC}(p) = G(p) = \dfrac{2}{(1+5p)(1+0.5p)^2}$ dont le pole dominant est $\dfrac{-1}{5}$ donc on choisit $T_i = 5$ sec.

5) La FTBO corrigé est $H_{BO-C1}(p) = C_1(p).G(p) = \dfrac{1+5p}{5p}\dfrac{2}{(1+5p)(1+0.5p)^2}$

$$= \frac{0.4}{p(1+0.5p)^2}$$

Ordre : 3, gain $K_{BO1} = 0.4$, classe : 1

6) Voir figure 1 (page 3/3)

7) La pulsation de coupure à 0dB est $\omega_{c1} = 0.4$ rad /s < 3 rad /s donc le critère de rapidité n'est pas satisfait.

8) $H_{BO-C1}(j\omega) = \dfrac{0.4}{j\omega(1+0.5\omega j)^2}$

La marge de phase

$$\begin{aligned} MP_1 &= 180° + \arg\left(H_{BO-C1}(j\omega_{c1})\right) \\ &= 180° - 90° - 2\arctan\left(0.5\omega_{c1}\right) \\ &= 90° - 2\arctan\left(0.2\right) \end{aligned}$$

$$\underline{MP_1 = 67.38°}$$

Le critère de stabilité est satisfait.

9) La FTBO corrigée devient

$$H_{BO-C2}(p) = C(p)G(p) = C_2(p)C_1(p)G(p) = C_2(p)H_{BO-C1}(p) = K_d\,\frac{1+T_dp}{1+aT_dp}.\frac{0.4}{p(1+0.5p)^2}$$

Ordre : 4, gain $K_{BO2} = 0.4\,K_d$, classe : 1

10) On a $MP_2 = 45° = 180° + \arg\left(H_{BO-C2}(j\omega_{c2})\right)$ avec $\omega_{c2} = 3 \text{ rad/s}$

$$MP_2 = 45° = 180° + \arg\left(C_2(j\omega_{c2})\right) + \arg\left(H_{BO-C1}(j\omega_{c2})\right)$$

On a $H_{BO-C1}(j\omega) = \dfrac{0.4}{j\omega(1+0.5j\omega)^2}$

Donc $-135° = \Phi_m - 90° - 2\arctan(0.5\omega_{c2}) \Rightarrow \Phi_m = -45° + 2\arctan(1.5)$

Donc $\underline{\Phi_m = 67.62°}$

On a $\sin\Phi_m = \dfrac{1-a}{1+a}$ donc $a = \dfrac{1-\sin\Phi_m}{1+\sin\Phi_m}$

$\underline{a = 0.039}$

On a $\dfrac{1}{T_d\sqrt{a}} = \omega_{c2} = 3 \text{ rad/s}$ donc $\underline{T_d = 1.688 \text{ sec}}$

11) Pour avoir $\omega_c = \omega_{c2} = 3$ rad/s il faut que $\left|H_{BO-C2}(j\omega_{c2})\right| = 1$

$$\left|C_2(j\omega_{c2})\right| . \left|H_{BO-C1}(j\omega_{c2})\right| = 1$$

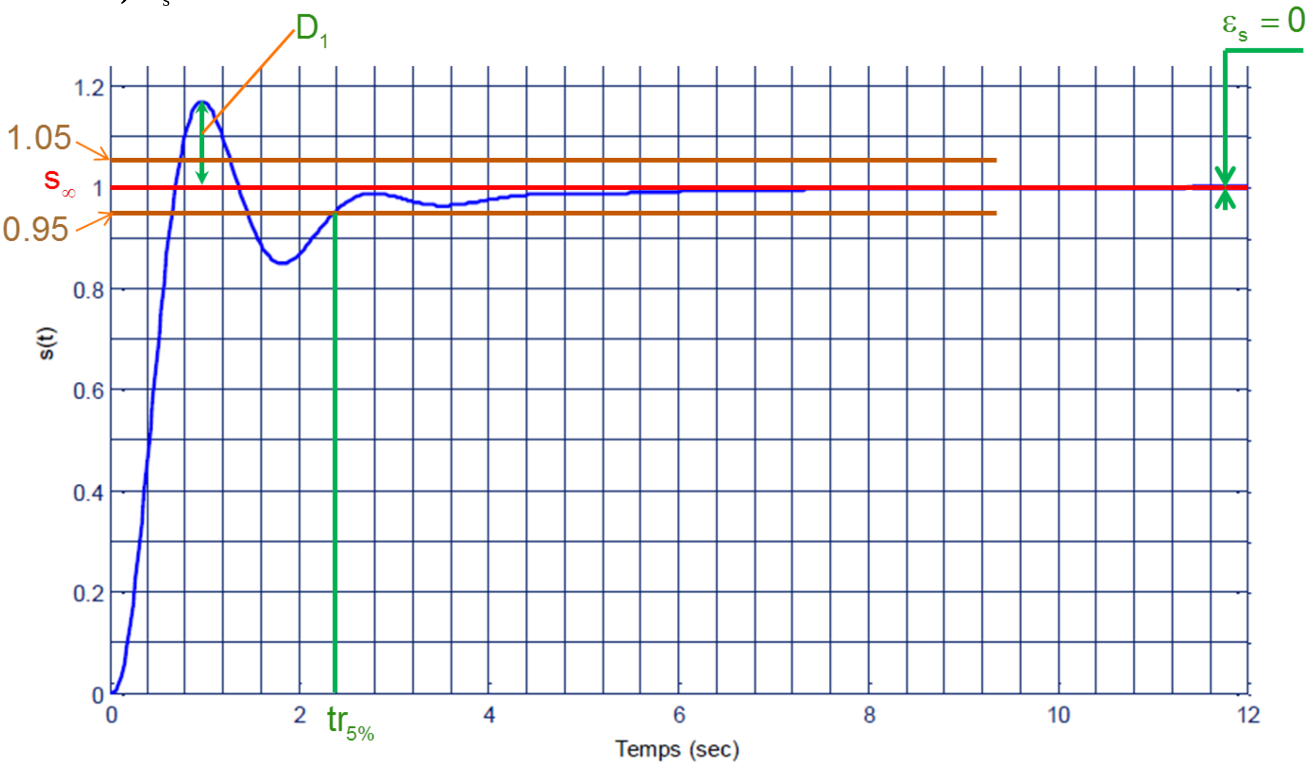
$$\frac{K_d}{\sqrt{a}} . \frac{0.4}{\omega_{c2}\left(1+(0.5\omega_{c2})^2\right)} = 1$$

$$K_d = \frac{\omega_{c2}\sqrt{a}\left(1+(0.5\omega_{c2})^2\right)}{0.4}$$ D'où $\underline{K_d = 4.81}$

12) **a)** $D_1 = 17\% < 20\%$ donc le cahier des charges est satisfait en termes d'amortissement ;

b) $tr_{5\%} = 2.4$ sec

c) $\varepsilon_s = 0$



$$H_{BO-C1}(p) = \frac{0.4}{p(1+0.5p)^2}$$

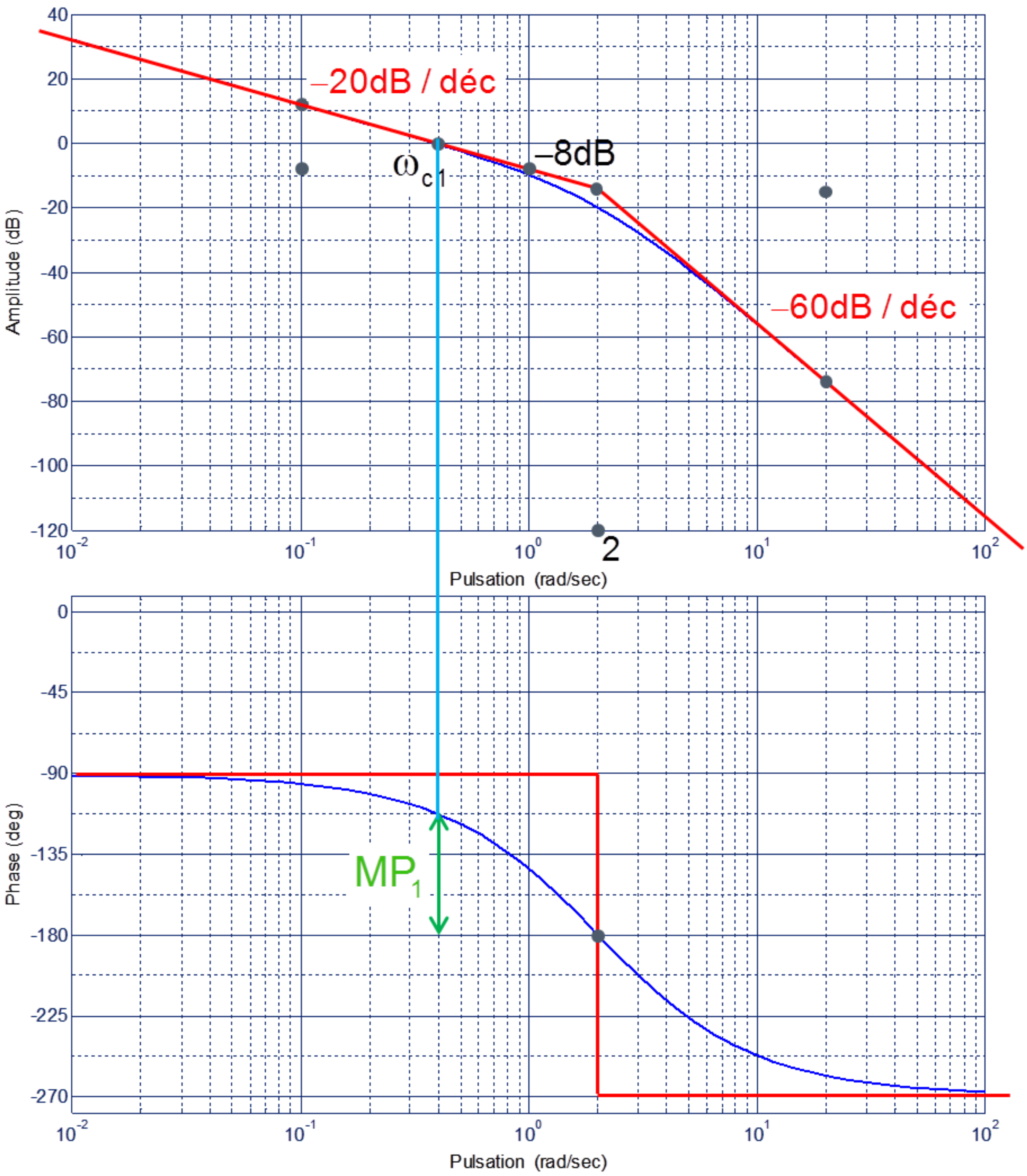


Figure 1